

ΚΟΛΕΤΣΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΟΥ ΘΕΟΔΩΡΟΥ  
ΓΡΑΜΜΟΥ 93, 15235 ΒΡΙΑΛΗΣΣΙΑ ΑΤΤΙΚΗΣ, ΑΘΗΝΑ,  
☎ ΓΡΑΦ.: 210-7721642, ΟΙΚΙΑ: 210-8032527,  
FAX: 210-8033574, ΚΙΝ.: 6945-960000  
E-MAIL: coletsos@math.ntua.gr

# ΒΙΟΓΡΑΦΙΚΟ ΣΗΜΕΙΩΜΑ

## ΙΩΑΝΝΗ Θ. ΚΟΛΕΤΣΟΥ

### 1. ΒΑΣΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

---

**ΚΟΛΕΤΣΟΣ ΙΩΑΝΝΗΣ ΤΟΥ ΘΕΟΔΩΡΟΥ** – Μαθηματικός

**ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΚΑΙ ΤΟΠΟΣ ΓΕΝΝΗΣΗΣ:** 13-03-1959, ΑΘΗΝΑ

**ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑΚΗ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗ:** Έγγαμος (2 παιδιά)

**ΓΛΩΣΣΕΣ:** Αγγλικά, Γαλλικά

**ΣΤΡΑΤΙΩΤΙΚΗ ΘΗΤΕΙΑ:** Κέντρο Αεροπορικής Ιατρικής της Πολεμικής Αεροπορίας (Κ.Α.Ι.)

### 2. ΣΠΟΥΔΕΣ – ΠΤΥΧΙΑ

---

**ΠΤΥΧΙΟ:** Μαθηματικού (Πανεπιστήμιο Αθηνών), 1976-1980.

**MASTER:** στην ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ και ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ (Πανεπιστήμιο Αθηνών), 1980-82

**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΟ:** στον ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΕΛΕΓΧΟ (Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο).

### 3. ΠΑΡΟΥΣΑ ΘΕΣΗ

---

**Επίκουρος Καθηγητής** στο ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ. (Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών).

### 4. ΔΙΔΑΚΤΙΚΟ ΕΡΓΟ ΚΑΙ ΑΚΑΔΗΜΑΙΚΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

---

#### 4.1. ΘΕΣΕΙΣ:

- **Reviewer** στο Γερμανικό *Zentralblatt Math.* από το 2011 (J. T. Coletsos. Reviewer 13266) [www.zentralblatt-math.org](http://www.zentralblatt-math.org)
- Τον Ιούνιο του 2002 εκλέχτηκε **Επίκουρος Καθηγητής** στον Μαθηματικό Τομέα της Σχολής

Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του ΕΜΠ, όπου και υπηρετώ ως σήμερα (2013).

- Από 29/10/1997 έως το 2002 υπηρέτησα ως Λέκτορας στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.
- Από 1/9/1996 έως 30/6/1997 δίδαξα ως Μαθηματικός με μερική απασχόληση στο Κολέγιο Αθηνών.
- Το ακαδημαϊκό έτος 1984 δίδαξα **Εφαρμοσμένα Μαθηματικά στο ΕΛ.ΚΕ.ΠΑ.** (Ελληνικό Κέντρο Παραγωγικότητας).
- Από 14/5/1982 έως 28/10/1997 υπήρξα Επιστημονικός Συνεργάτης στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο.

#### **4.2. ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΜΠΕΙΡΙΑ:**

4.2.1. Την δεκαετία 1982-1992 δίδαξα τις ασκήσεις των μαθημάτων **‘Αριθμητική Ανάλυση’**, **‘Προχωρημένη Αριθμητική Ανάλυση’** και **‘Αριθμητικές Μέθοδοι Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων’** στα περισσότερα τμήματα του ΕΜΠ.

4.2.2. Την επόμενη δεκαετία από τον Φεβρουάριο του 1993 έως και σήμερα παρουσιάζω **αυτοδύναμο διδακτικό έργο**. Διδάσκω κυρίως τα μαθήματα, **‘Αριθμητική Ανάλυση’**, **‘Προχωρημένη Αριθμητική Ανάλυση’**, **‘Αριθμητικές Μέθοδοι Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων’**, **‘Επιχειρησιακή Έρευνα’** και **‘Βελτιστοποίηση’** ως επί το πλείστον στη Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, στη Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, στη Σχολή Πολιτικών Μηχανικών, στη Σχολή Ναυπηγών Μηχανικών και στη Σχολή Χημικών.

4.2.3. Επιπλέον, συμμετείχα στη Διδασκαλία **Μεταπτυχιακών Μαθημάτων** όπως **‘Προχωρημένη Αριθμητική Ανάλυση’** στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα της Υπολογιστικής Μηχανικής της Σχολής Χημικών ΕΜΠ και **‘Αριθμητική Ανάλυση ΙΙ’** και **‘Επιχειρησιακή Έρευνα Ι και ΙΙ’** στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών Επιστημών της ΣΕΜΦΕ ΕΜΠ.

4.2.4. Συμμετείχα επίσης στην οργάνωση Εργαστηρίων και εργαστηριακών μαθημάτων με χρήση υπολογιστικών συστημάτων σε δικτύωση, στο ΕΜΠ (1994 - σήμερα).

4.2.5. Επιβλέπων σε πολλές **προπτυχιακές διπλωματικές εργασίες** στη Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών κυρίως σε θέματα Αριθμητικής Ανάλυσης και επιχειρησιακής έρευνας (περίπου 6 κατ’ έτος).

4.2.6. Επιβλέπων στις **μεταπτυχιακές διπλωματικές εργασίες:**

4.2.6.1. Διπλωματική Εργασία του Μεταπτυχιακού Δ.Π.Μ.Σ.-Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες του ΕΜΠ της μεταπτυχιακής Φοιτήτριας Αικατερίνης Ρουσσάκη με τίτλο **‘Risk Analysis’**, 2009.

4.2.6.2. Διπλωματική Εργασία του Μεταπτυχιακού Δ.Π.Μ.Σ.-Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες του ΕΜΠ του μεταπτυχιακού Φοιτητή Σπύρου Γκίνιου με τίτλο **‘Δυναμικός Προγραμματισμός’**, Νοέμβριος 2011.

4.2.6.3. Διπλωματική Εργασία του Μεταπτυχιακού Δ.Π.Μ.Σ.-Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες του ΕΜΠ του μεταπτυχιακού Φοιτητή Γιώργου Μουτσάτσου με τίτλο **‘Ανάλυση**

δικτύων ροής`, Νοέμβριος 2011.

- 4.2.6.4. Διπλωματική Εργασία του Μεταπτυχιακού Δ.Π.Μ.Σ.-Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες του ΕΜΠ της μεταπτυχιακής Φοιτήτριας Χάρις Ντακόλια με τίτλο `Μη γραμμικός Προγραμματισμός (Τετραγωνικός, Κυρτός, Διαχωρίσιμος, Μη Κυρτός, Κλασματικός, Γεωμετρικός)`, Νοέμβριος 2011.
- 4.2.6.5. Διπλωματική Εργασία του Μεταπτυχιακού Δ.Π.Μ.Σ.-Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες του ΕΜΠ της μεταπτυχιακής Φοιτήτριας Θεώνης Αγάθου με τίτλο `Διοίκηση και Διαχείριση Έργων`, Νοέμβριος 2011.
- 4.2.6.6. Διπλωματική Εργασία του Μεταπτυχιακού Δ.Π.Μ.Σ.-Μαθηματική Προτυποποίηση Σε Σύγχρονες Τεχνολογίες και την Οικονομία του ΕΜΠ της Μεταπτυχιακής Φοιτήτριας Λάβδα Φραντζέσκας με τίτλο `Δυναμικός Προγραμματισμός στην Επιχειρησιακή Έρευνα`, Μάρτιος 2012.
- 4.2.7. Επιβλέπων στη **Διδακτορική Διατριβή** της Φοιτήτριας Χάρις Ντακόλια με τίτλο `Επίλυση με Μεθόδους Επιχειρησιακής Έρευνας του Προβλήματος της Αποκατάστασης της Εναέριας Κυκλοφορίας μετά από κλείσιμο Αεροδιαδρόμων` (Εναρξη Νοέμβριος 2012).

### **4.3. ΔΙΟΙΚΗΤΙΚΟ ΕΡΓΟ ΣΤΟ ΕΜΠ:**

- Εκπρόσωπος
  - στη Συνέλευση του Γενικού Τμήματος του ΕΜΠ (1998-99),
  - στη Σύγκλητο του ΕΜΠ (1998-99)
  - και στη Συνέλευση του Τμήματος ΕΜΦΕ (1999-2000 και 2002-2003).
- Μέλος σε διάφορες επιτροπές του Γενικού Τμήματος του ΕΜΠ και στη συνέχεια της Σχολής ΕΜΦΕ του ΕΜΠ καθώς και του Τομέα Μαθηματικών της ίδιας Σχολής από το 1982 έως σήμερα.

## **5. ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ**

---

### **5.1. ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ:**

- 5.1.1. Βέλτιστος Έλεγχος μη Γραμμικών Παραβολικών Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων. Θεωρία και Αριθμητική Ανάλυση. Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, 1994.

### **5.2. ΑΡΘΡΑ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΜΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΡΙΤΩΝ:**

- 5.2.1. Mixed Frank-Wolfe Penalty Method with Applications to Nonconvex Optimal Control Problems, με Chrysosoverghi I., Bacopoulos A., Kokkinis B., Journal of Optimization Theory and Applications (JOTA), Vol. 94, No2, pp. 311-334, 1997.
- 5.2.2. Discrete Approximation of Nonconvex Hyperbolic Optimal Control Problems with State Constraints, με Chrysosoverghi I., Bacopoulos A., Kokkinis B., Control & Cybernetics, Vol. 27, No. 1, pp. 29-50, 1998.

- 5.2.3. Discrete Relaxed Method for Semilinear Parabolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Control & Cybernetics, Vol. 28, No. 2, pp. 157-176, 1999.
- 5.2.4. Approximate Relaxed Descent Method for Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Control & Cybernetics, Vol. 30, No. 4, pp. 385-404, 2001.
- 5.2.5. Approximate Gradient Projection Method with Runge-Kutta Schemes for Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I, Kokkinis B., Comp. Optim. Appl., Vol. 29, No. 1, pp. 91-115, 2004.
- 5.2.6. Discretization Methods for Nonconvex Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssoverghi I, Kokkinis B., J. Numer. Funct. Anal. Optim., Vol. 26, No. 3, pp. 321-348, 2005.
- 5.2.7. Discretization Methods for Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssoverghi I, Kokkinis B., J. Comput. Appl. Math., No. 1, pp. 1-31, 2006.
- 5.2.8. Optimization Methods for Nonlinear Elliptic Optimal Control Problems with State Constraints, με Kokkinis B., WSEAS Transactions on Mathematics, ISSUE 11, Vol. 5, pp. 1169-1176, Nov 2006.
- 5.2.9. Discretization-Optimization Methods for Nonlinear Elliptic Relaxed Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssoverghi I, Geiser, J., Kokkinis B., Institute of Mathematics, Humboldt University, Berlin, 2006, Site: <http://www.mathematik.hu-berlin.de/publ/pre/2006/P-06-04.pdf>.
- 5.2.10. Discretization-Optimization Methods for Nonlinear Parabolic Relaxed Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssoverghi I, Geiser, J., Kokkinis B., Humboldt University, Berlin, 2006, Site: <http://www.mathematik.hu-berlin.de/publ/pre/2006/P-06-07.pdf>.
- 5.2.11. Classical and relaxed Optimization Methods for Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I, Kokkinis B., Int. Math. Forum 2. No. 29-32, pp. 1477-1498, 2007.
- 5.2.12. Homotopy perturbation method for solving a system of third-order boundary value problems, με Muhammad Aslam Noor, Khalida Inayat Noor, Muhammad Rafiq και Eisa Said, Int. Journal of the Physical Sciences, Vol. 6(16), PP. 4128-4133, 2011.
- 5.2.13. Quartic spline method for solving second-order boundary value problems, με Eisa A. Al-Said, Muhammad A. Noor, Anwar H. Almualim και B. Kokkinis, Int. Journal of the Physical Sciences, Vol. 6(17), PP. 4208-4212, 2011.

### **5.3. ΑΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΔΙΕΘΝΩΝ ΣΥΝΕΔΡΙΑΩΝ, ΜΕ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΡΙΤΩΝ**

- 5.3.1. Approximation of Nonlinear Boundary Parabolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Proceedings of the First Hellenic-European Conference on Mathematics and Informatics Hermis 92, Athens, University of Economics and Business, pp. 63-67, 1992.
- 5.3.2. Approximation of Nonconvex Semilinear Hyperbolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Proceedings of the Third Hellenic-European Conference on Mathematics and Informatics Hermis 96, Athens, University of Economics and Business, pp. 238-245, 1996.
- 5.3.3. Mixed Gradient Penalty Method for Optimal Control Problems defined by Semilinear Parabolic Equations, Proceedings of 5<sup>th</sup> Hellenic-European Conference on Computer Mathematics and its Applications HERCMA 2001.
- 5.3.4. Progressively Refining Discrete Methods for Constrained Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., 4<sup>th</sup> GRACM Congress on Computational Mechanics, Patra, 2002 (Invitation).

- 5.3.5. Classical and Relaxed Discretization Methods for Semilinear Parabolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Panhellenic Conference on Mathematical Analysis and Applications, NTUA, Athens, 2004.
- 5.3.6. Discretization-Optimization Methods for Relaxed Optimal Control Problems, 7<sup>th</sup> International Workshop on Mathematical Methods in Scattering Theory and Biomedical Engineering, Numphaiio, Greece, 2005.
- 5.3.7. Βελτιστοποίηση Επιχειρηματικού Σχεδίου, με Μεθόδους της Θεωρίας Λήψης Αποφάσεων, με την Α. Αναγνωστοπούλου, 21<sup>ο</sup> Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρείας Επιχειρησιακών Ερευνών (ΕΕΕΕ), Λήψη Αποφάσεων στα Συστήματα Υγείας, Αθήνα, 2009.
- 5.3.8. Classical and Relaxed Optimization Methods for Non Linear Parabolic Optimal Control Problems, με I. Chryssoverghi, B. Kokkinis, Lirkov, Ivan (Editor) Et. Al. 7th International Conference, Large-Scale Scientific Computing, LSSC 2009, Sozopol Bulgaria, June 4-8, 2009, Revised Papers, Berlin: Springer, Lecture Notes In Computer Science 5910, Pp. 247-255, 2010.
- 5.3.9. Classical and Relaxed Progressively Refining Discretization-Optimization Methods for Optimal Control Problems Defined by Ordinary Differential Equations, με I. Chryssoverghi, B. Kokkinis, Lirkov, Ivan (Editor) Et. Al. 8th International Conference, Large-Scale Scientific Computing, LSSC 2011, Sozopol Bulgaria, June 6-10, 2011, Revised Selected Papers, Berlin: Springer, Lecture Notes In Computer Science 7116, Pp. 106-114, 2012.
- 5.3.10. Optimal Control of Nonlinear Elliptic PDEs – Theory and Optimization Methods, με B. Kokkinis, 9th International Conference, Large-Scale Scientific Computing, LSSC 2013, Sozopol Bulgaria, June 3-7, 2013.

**5.4. ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΣΕ ΣΥΝΕΔΡΙΑ:**

- 5.4.1. Discrete Relaxed Method for Nonconvex Optimal Control and Variational Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., 19<sup>th</sup> IFIP TC7 Conference on Systems, Modeling and Optimization, Cambridge, U.K., 1999.
- 5.4.2. Numerical Methods for Nonconvex Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., 1<sup>st</sup> Interdisciplinary Symposium on Nonlinear Problems, NTUA, Athens, Greece, 2000.
- 5.4.3. Discrete Gradient Methods for Optimal Control Problems Defined by Semilinear Parabolic Equations, με Kokkinis B., 20<sup>th</sup> IFIP TC7 Conference on System Modeling and Optimization, Trier, Germany, July 2001.
- 5.4.4. Modelling the diffusion of chain emails, με Kainich A., EURO XXIV Lisbon, 24<sup>th</sup> European Conference on Operational Research, July 2010.
- 5.4.5. Optimization methods for optimal control problems with control and pointwise state constraints, με I. Chryssoverghi, B. Kokkinis, 24TH European Conference on Operational Research, July 2010.

Οι εργασίες στα επιστημονικά περιοδικά και οι ανακοινώσεις στα συνέδρια αναφέρονται κατά το σύστημα του MathSciNet στους κωδικούς: 49J45, 49K15, 49K20, 49M05, 49M20, 49M25, 49M30, 49M37, 65K05, 65K10, 65L06, 90C48.

### 6.1. ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**Βέλτιστος Έλεγχος μη Γραμμικών Παραβολικών Μερικών Διαφορικών Εξισώσεων. Θεωρία και Αριθμητική Ανάλυση. Διδακτορική Διατριβή, ΕΜΠ, 1994.**

Σε αυτή τη διατριβή μελετώνται προβλήματα βέλτιστου ελέγχου συστημάτων που ορίζονται από μια τάξη μη γραμμικών (ως προς τον έλεγχο και την κατάσταση) παραβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων με καταναμημένο και συνοριακό έλεγχο και με περιορισμούς στον έλεγχο και στην κατάσταση του συστήματος. Δεδομένου ότι δεν γίνεται καμία υπόθεση κυρτότητας πάνω στα δεδομένα, χρησιμοποιώ σε όλη την ανάπτυξη της θεωρίας γενικευμένους ελέγχους (relaxed controls, κατά J. Warga). Σημειωτέον ότι τέτοια μη κυρτά προβλήματα κατά κανόνα δεν έχουν κλασικές λύσεις. Στο πρώτο μέρος της διατριβής αποδεικνύω, κάτω από ασθενείς υποθέσεις, την ύπαρξη ενός βέλτιστου γενικευμένου ελέγχου για το γενικευμένο πρόβλημα, καθώς και αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας σε μορφή μιας γενικευμένης αρχής του ελαχίστου τύπου Pontryagin. Επειδή τα προβλήματα αυτά επιλύονται αναγκαστικά σε υπολογιστή με κάποια αριθμητική μέθοδο, στο δεύτερο μέρος ασχολούμαι με την πλήρη διακριτοποίηση του προβλήματος. Συγκεκριμένα εφαρμόζω, στο κλασικό καθώς και στο γενικευμένο πρόβλημα, μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων με συνεχείς και κατά τμήματα γραμμικές συναρτήσεις ως προς τον χώρο, σε συνδυασμό με ένα ημιπεπλεγμένο σχήμα Euler ως προς τον χρόνο, προσεγγίζοντας παράλληλα τους ελέγχους με κατά τμήματα σταθερούς (κλασικούς ή γενικευμένους), και εισάγοντας διάφορες ανοχές στους περιορισμούς πάνω στην κατάσταση. Αναπτύσσεται στη συνέχεια η αντίστοιχη με τη συνεχή περίπτωση θεωρία για τα διακριτοποιημένα προβλήματα. Τέλος, εξετάζω την συμπεριφορά στο όριο ακολουθιών βέλτιστων ελέγχων και extremal αποδεκτών ελέγχων (δηλαδή ελέγχων που ικανοποιούν τις αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας και τους περιορισμούς). Συγκεκριμένα, αποδεικνύω ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών βέλτιστων διακριτών, κλασικών ή γενικευμένων ελέγχων) είναι βέλτιστα (αντιστ. extremal αποδεκτά) για το συνεχές γενικευμένο πρόβλημα.

### 6.2. ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΔΙΕΘΝΗ ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΠΕΡΙΟΔΙΚΑ ΜΕ ΚΡΙΤΕΣ

#### 6.2.1. **Mixed Frank-Wolfe Penalty Method with Applications to Nonconvex Optimal Control Problems, με Chrysosoverghi I., Bacopoulos A., Kokkinis B., Journal of Optimization Theory and Applications (JOTA), Vol. 94, No2, pp 311-334, 1997.**

Σε αυτή την εργασία αρχικά δίνονται τα θεωρήματα αναγκαίων, και ικανών συνθηκών βελτιστότητας σε ένα αρκετά γενικό πλαίσιο, κατάλληλο για πολλές εφαρμογές σε κυρτά και μη κυρτά προβλήματα βέλτιστου ελέγχου. Στη συνέχεια μελετάται ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης και προτείνεται μια γενική μέθοδος Frank-Wolfe για προβλήματα χωρίς περιορισμούς στην κατάσταση,

και μια μεικτή μέθοδος Frank-Wolfe Ποινών (penalty) για προβλήματα με πρόσθετους περιορισμούς στην κατάσταση. Αφού αποδειχθεί η σύγκλιση και των δύο μεθόδων, οι μέθοδοι αυτές εφαρμόζονται σε προβλήματα βέλτιστου γενικευμένου ελέγχου για συνθήεις καθώς και για μερικές διαφορικές εξισώσεις παραβολικού τύπου. Επιπλέον δίνονται αριθμητικά παραδείγματα όπου εφαρμόζεται η μεικτή μέθοδος.

6.2.2. **Discrete Approximation of Nonconvex Hyperbolic Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssoverghi I., Bacopoulos A., Kokkinis B., Control & Cybernetics, Vol. 27, No. 1, pp.29-50, 1998.**

Θεωρείται εδώ ένα μη κυρτό πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου ημιγραμμικών υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων με περιορισμούς στον έλεγχο αλλά και πολλαπλούς περιορισμούς στον έλεγχο και την κατάσταση. Αρχικά αναπτύσσεται η θεωρία ύπαρξης ενός βέλτιστου γενικευμένου ελέγχου καθώς και οι αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας. Στη συνέχεια διακριτοποιείται το κλασικό και το γενικευμένο πρόβλημα χρησιμοποιώντας μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων ως προς τον χώρο σε συνδυασμό με μία πεπλεγμένη μέθοδο Euler ως προς τον χρόνο, ενώ συγχρόνως προσεγγίζονται οι έλεγχοι (controls) με κατά τμήματα σταθερούς ελέγχους. Αναπτύσσεται η σχετική διακριτή θεωρία ύπαρξης και αναγκαίων συνθηκών βελτιστότητας με τη μορφή μιας αρχής του ελαχίστου κατά blocks. Ακόμη εξετάζεται η οριακή συμπεριφορά των ιδιοτήτων βελτιστότητας, αποδεκτότητας και extremality.

6.2.3. **Discrete Relaxed Method for Semilinear Parabolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Control & Cybernetics, Vol. 28, No. 2, pp. 157-176, 1999.**

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε εδώ είναι παραβολικού τύπου και συγκεκριμένα θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από ημιγραμμικές παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις με περιορισμούς τόσο στον έλεγχο όσο και στην κατάσταση και χωρίς να εισάγουμε υποθέσεις κυρτότητας. Χρησιμοποιούμε μια διακριτή μέθοδο βελτιστοποίησης για τη γενικευμένη μορφή του προβλήματος, που συνδυάζει μια μέθοδο ποινών τύπου Armijo και μια διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία, κατασκευάζει δε ακολουθίες διακριτών γενικευμένων ελέγχων τύπου Gamkrelidze. Στη συνέχεια αποδεικνύουμε ότι τα σημεία συσσώρευσης αυτών των ακολουθιών υπάρχουν και υπό τις κατάλληλες συνθήκες ικανοποιούν τις γενικευμένες αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας τύπου Pontryagin. Δείχνουμε ακόμη, ότι οι με τον ανωτέρω τρόπο παραγόμενοι Gamkrelidze γενικευμένοι έλεγχοι μπορούν να αντικατασταθούν με κατά τμήματα σταθερούς κλασικούς ελέγχους που κατά κάποιο τρόπο τους προσομοιώνουν.

6.2.4. **Approximate Relaxed Descent Method for Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Control & Cybernetics, Vol. 30, No. 4, pp. 385-404, 2001.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από συνθήεις διαφορικές εξισώσεις με περιορισμούς στον έλεγχο αλλά όχι και στην κατάσταση και χωρίς να γίνονται καθόλου υποθέσεις κυρτότητας για τα δεδομένα του προβλήματος. Δεδομένου ότι εν γένει τέτοια προβλήματα δεν έχουν κλασικές λύσεις το πρόβλημα ανάγεται σε ένα πρόβλημα γενικευμένου βέλτιστου ελέγχου. Διακριτοποιούμε την γενικευμένη εξίσωση κατάστασης με την έμμεση μέθοδο τραπεζίου και προσεγγίζουμε τους γενικευμένους ελέγχους με κατά τμήματα σταθερούς γενικευμένους ελέγχους. Με μια μεικτή μέθοδο καθόδου (Descent) και διακριτοποίησης κατασκευάζουμε ακολουθίες διακριτών γενικευμένων ελέγχων λεπταίνοντας προοδευτικά την

διακριτοποίηση. Στην περίπτωση αυτή δεν ορίζεται η συζυγής διακριτή κατάσταση, οπότε σε κάθε επανάληψη χρησιμοποιούμε μια προσεγγιστική παράγωγο του συναρτησιακού κόστους, που ορίζεται με διακριτοποίηση με κατάλληλα τραπεζοειδή σχήματα της συνεχούς συζυγούς εξίσωσης και των ολοκληρωμάτων που παρουσιάζονται. Οι ακολουθίες που κατασκευάζονται με τον παραπάνω τρόπο έχουν σημεία συσσώρευσης τα οποία αποδεικνύουμε ότι ικανοποιούν τις γενικευμένες αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας για το συνεχές πρόβλημα. Οι παραγόμενοι γενικευμένοι έλεγχοι προσεγγίζονται εύκολα με κατά τμήματα σταθερούς κλασικούς ελέγχους. Επιπλέον, δίνεται κατάλληλο αριθμητικό παράδειγμα.

6.2.5. **Discrete Gradient Projection Method with Runge-Kutta Schemes for Optimal Control Problems, με Chryssovergi I, Kokkinis B., Computational Optimization and Applications, Vol. 29, No 1, pp. 91-115, 2004.**

Στην εργασία αυτή θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από συνήθεις διαφορικές εξισώσεις με περιορισμούς στον έλεγχο. Διακριτοποιούμε την εξίσωση κατάστασης με ένα άμεσο σχήμα Runge-Kutta και προσεγγίζουμε τους ελέγχους με κατά τμήματα σταθερούς ελέγχους. Στη συνέχεια με μια μέθοδο προβεβλημένης κλίσης δημιουργούμε ακολουθίες διακριτών ελέγχων λεπταίνοντας την διακριτοποίηση κατά τις επαναλήψεις. Χρησιμοποιούμε μια προσεγγιστική παράγωγο του συναρτησιακού κόστους, που ορίζεται διακριτοποιώντας τη συνεχή συζυγή εξίσωση με το ίδιο σχήμα Runge-Kutta και υπολογίζοντας τα ολοκληρώματα που υπεισέρχονται με έναν κανόνα αριθμητικής ολοκλήρωσης ίδιας τάξης αποφεύγοντας να χρησιμοποιήσουμε την ακριβή διακριτή παράγωγο κατά κατεύθυνση που είναι συνήθως δύσκολο να υπολογισθεί. Αποδεικνύεται ότι αν υπάρχουν σημεία συσσώρευσης των παραγόμενων από τη μέθοδο ακολουθιών, αυτά ικανοποιούν τις ασθενείς αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας για το συνεχές πρόβλημα.

6.2.6. **Discretization Methods for Nonconvex Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssovergi I, Kokkinis B., J. Numer. Funct. Anal. Optim., Vol. 26, No. 3, pp. 321-348, 2005.**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου μη γραμμικών συστημάτων συνήθων διαφορικών εξισώσεων, με περιορισμούς στον έλεγχο και την κατάσταση, και με πρόσθετους στιγμιαίους περιορισμούς κατάστασης. Επειδή δεν γίνονται υποθέσεις κυρτότητας, ενδέχεται το πρόβλημα αυτό να μην έχει κλασικές λύσεις, και συνεπώς επαναδιατυπώνεται σε χαλαρή μορφή. Το χαλαρό πρόβλημα διακριτοποιείται χρησιμοποιώντας το πεπλεγμένο σχήμα του μέσου, όπου οι έλεγχοι προσεγγίζονται με κατά τμήματα σταθερούς χαλαρούς ελέγχους. Μελετάται πρώτα η συμπεριφορά στο όριο των ιδιοτήτων διακριτής χαλαρής βελτιστότητας, καθώς και διακριτής χαλαρής αποδεκτότητας και ακροτικότητα. Εφαρμόζεται μετά μια ποινικοποιημένη μέθοδος καθόδου υπό συνθήκη [conditional descent] σε κάθε διακριτό πρόβλημα, καθώς και μια αντίστοιχη προοδευτικά λεπτονόμηση διακριτή μέθοδος στο συνεχές πρόβλημα, εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών που κατασκευάζονται με τις παραπάνω μεθόδους είναι αποδεκτά και ακροτικά (extremal) για το αντίστοιχο, διακριτό ή συνεχές, χαλαρό πρόβλημα. Τέλος, δίνονται αριθμητικά παραδείγματα.

6.2.7. **Discretization Methods for Optimal Control Problems with State Constraints, με Chryssovergi I, Kokkinis B., J. Comput. Appl. Math., No. 1, pp. 1-31, 2006.**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου μη γραμμικών συστημάτων συνήθων διαφορικών



εξισώσεων, με περιορισμούς στον έλεγχο και στην κατάσταση, συμπεριλαμβανομένων και στιγμιαίων περιορισμών κατάστασης. Επειδή ενδέχεται το πρόβλημα να μη έχει κλασικές λύσεις, διατυπώνεται επιπλέον σε χαλαρή μορφή. Το κλασικό πρόβλημα διακριτοποιείται χρησιμοποιώντας το πεπλεγμένο σχήμα του μέσου, όπου οι έλεγχοι προσεγγίζονται με (όχι απαραίτητως συνεχείς) κλασικούς ελέγχους, ομοιοπαράλληλους σε διαδοχικά ζεύγη υποδιαστημάτων διακριτοποίησης. Μελετάται πρώτα η συμπεριφορά στο όριο των ιδιοτήτων διακριτής βελτιστότητας, καθώς και διακριτής αποδεκτότητας και ακροτικότητα. Εφαρμόζεται μετά μια ποινικοποιημένη μέθοδος προβεβλημένης κλίσης σε κάθε διακριτό πρόβλημα, καθώς και μια αντίστοιχη προοδευτικά λεπτονόμενη μεικτή διακριτή μέθοδος στο συνεχές πρόβλημα, εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών που κατασκευάζονται με τις παραπάνω μεθόδους είναι αποδεκτά και κατά κάποιο τρόπο ακροτικά [extremal] για το αντίστοιχο διακριτό ή συνεχές, κλασικό ή χαλαρό, πρόβλημα. Για προβλήματα των οποίων οι λύσεις είναι μη κλασικές χαλαρές, δείχνεται ότι οι παραπάνω μέθοδοι μπορούν να εφαρμοστούν στο πρόβλημα διατυπωμένο στη χαλαρή μορφή Gamkrelidze. Τέλος, δίνονται αριθμητικά παραδείγματα.

**6.2.8. Optimization Methods for Nonlinear Elliptic Optimal Control Problems with State Constraints, με Kokkinis B., WSEAS Transactions on Mathematics, ISSUE 11, Vol. 5, pp. 1169-1176, Nov 2006.**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα, που ορίζονται από μη γραμμικές ελλειπτικές Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις  $2^{ns}$  τάξης, με περιορισμούς στον έλεγχο και την κατάσταση. Στη συνέχεια μοντελοποιούμε το πρόβλημα στην κλασική και στη χαλαρή μορφή του. Δίνονται ικανές ή/και αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας τόσο για το κλασικό όσο και για το χαλαρό πρόβλημα. Ακολουθώς, προτείνεται μια μέθοδος προβεβλημένης κλίσης με ποινές, για την κατασκευή κλασικών ελέγχων καθώς και μια μέθοδος καθόδου υπό συνθήκη με ποινές, για την κατασκευή χαλαρών ελέγχων. Με τη βοήθεια της θεωρίας των χαλαρών ελέγχων, εξετάζουμε τη συμπεριφορά στο όριο των ελέγχων που παράγουν οι παραπάνω μέθοδοι. Τέλος παρατίθενται αριθμητικά παραδείγματα.

**6.2.9. Discretization-Optimization Methods for Nonlinear Elliptic Relaxed Optimal Control Problems with State Constraints, με Chrysovergi I, Geiser, J., Kokkinis B., Institute of Mathematics, Humboldt University, Berlin, 2006, Site: <http://www.mathematik.hu-berlin.de/publ/pre/2006/P-06-04.pdf>.**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου ελλειπτικών μερικών διαφορικών εξισώσεων, μη γραμμικών ως προς τον έλεγχο και την κατάσταση, με υψηλή μονότονη μη γραμμικότητα ως προς την κατάσταση, και με περιορισμούς στον έλεγχο και την κατάσταση, όπου οι περιορισμοί στην κατάσταση και το συναρτησιακό κόστους εξαρτώνται και από την κλίση της κατάστασης. Επειδή δεν γίνονται υποθέσεις κυρτότητας, ενδέχεται το πρόβλημα αυτό να μην έχει κλασικές λύσεις, και συνεπώς επαναδιατυπώνεται σε χαλαρή μορφή μέσω μέτρων Young. Το χαλαρό πρόβλημα διακριτοποιείται με μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων για την προσέγγιση της κατάστασης, ενώ οι έλεγχοι προσεγγίζονται με κατά στοιχεία σταθερούς χαλαρούς ελέγχους. Δίνονται θεωρήματα ύπαρξης ενός βέλτιστου ελέγχου, καθώς και αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας για το χαλαρό πρόβλημα, στη συνεχή και τη διακριτή περίπτωση. Κατόπιν μελετάται η συμπεριφορά στο όριο της διακριτής βελτιστότητας καθώς και της διακριτής αποδεκτότητας και ακροτικότητας. Εφαρμόζεται μετά μια ποινικοποιημένη μέθοδος καθόδου υπό συνθήκη σε κάθε διακριτό πρόβλημα, καθώς και μια

αντίστοιχη προοδευτικά λεπτινόμενη διακριτή μέθοδος στο συνεχές χαλαρό πρόβλημα, η οποία εξοικονομεί υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών διακριτών ελέγχων που παράγει η πρώτη μέθοδος είναι αποδεκτά και ακροτικά για το διακριτό χαλαρό πρόβλημα, και ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών που παράγει η δεύτερη μέθοδος είναι αποδεκτά και ακροτικά για το συνεχές χαλαρό πρόβλημα. Τέλος, δίνονται αριθμητικά παραδείγματα.

6.2.10. **Discretization-Optimization Methods for Nonlinear Parabolic Relaxed Optimal Control Problems with State Constraints, Humboldt University, με Chrysosvergi I, Geiser, J., Kokkinis B., Berlin, 2006, Site: <http://www.mathematik.hu-berlin.de/publ/pre/2006/P-06-07.pdf>**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου παραβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων, μη γραμμικών ως προς την κατάσταση και τον έλεγχο, και με περιορισμούς στον έλεγχο και την κατάσταση, όπου οι περιορισμοί στην κατάσταση και το συναρτησιακό κόστους εξαρτώνται και από την κλίση της κατάστασης. Η συνάρτηση εισόδου (που περιέχει τον έλεγχο) είναι άθροισμα ενός όρου μονότονου υποτετραγωνικού και ενός υπογραμμικού, ως προς την κατάσταση. Επειδή δεν γίνονται υποθέσεις πάνω στα δεδομένα, ενδέχεται το μη κυρτό πρόβλημα αυτό να μην έχει κλασικές λύσεις, και συνεπώς επαναδιατυπώνεται σε χαλαρή μορφή μέσω μέτρων Young. Το χαλαρό πρόβλημα διακριτοποιείται με μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων ως προς το χώρο σε συνδυασμό με ένα πεπλεγμένο θ-σχήμα ως προς το χρόνο, όπου οι έλεγχοι προσεγγίζονται με κατά blocks σταθερούς ελέγχους. Κάτω από κατάλληλες υποθέσεις, αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών βέλτιστων (αντ. αποδεκτών και ακροτικών) διακριτών ελέγχων είναι βέλτιστα (αντ. αποδεκτά και ακροτικά) για το συνεχές χαλαρό πρόβλημα. Εφαρμόζεται μετά μια ποινικοποιημένη μέθοδος καθόδου υπό συνθήκη σε κάθε διακριτό πρόβλημα, καθώς και μια αντίστοιχη προοδευτικά λεπτινόμενη μέθοδος στο συνεχές χαλαρό πρόβλημα, εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών που παράγει η πρώτη (αντ. δεύτερη) μέθοδος είναι αποδεκτά και ακροτικά για το χαλαρό διακριτό (αντ. συνεχές) πρόβλημα.

6.2.11. **Classical and relaxed Optimization Methods for Optimal Control Problems, με Chrysosvergi I, Kokkinis B., Int. Math. Forum 2. No. 29-32, pp. 1477-1498, 2007.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από μη γραμμικές συνήθεις διαφορικές εξισώσεις, με περιορισμούς στον έλεγχο και στην κατάσταση μεταξύ των οποίων περιέχονται και σημειακοί περιορισμοί στην κατάσταση. Το πρόβλημα διατυπώνεται τόσο στην κλασική όσο και στη γενικευμένη μορφή του. Αρχικά δίνονται και για τα δύο προβλήματα διάφορες αναγκαίες ή/και ικανές συνθήκες βελτιστότητας. Προκειμένου να επιλύσουμε αριθμητικά αυτά τα προβλήματα, προτείνουμε στη συνέχεια μία ποινικοποιημένη μέθοδο προβεβλημένης κλίσης, που παράγει κλασικούς ελέγχους, και μία ποινικοποιημένη μέθοδο κατάβασης υπό συνθήκη, που παράγει γενικευμένους ελέγχους. Με χρήση της θεωρίας χαλάρωσης, μελετάμε την συμπεριφορά στο όριο των ακολουθιών που παράγουν οι παραπάνω μέθοδοι. Στο τέλος, δίδονται αριθμητικά παραδείγματα.

6.2.12. **Homotopy perturbation method for solving a system of third-order boundary value problems, με Muhammad Aslam Noor, Khalida Inayat Noor, Muhammad Rafiq και Eisa Said, Int. Journal of the Physical Sciences, Vol. 6(16), PP. 4128-4133, 2011.**

Σε αυτό το άρθρο χρησιμοποιούμε τη μέθοδο διαταραχών (homotopy perturbation method) για την επίλυση ενός συστήματος προβλημάτων συνοριακών τιμών τρίτης τάξης. Δείχνουμε ότι τα αριθμητικά αποτελέσματα που επιτυγχάνονται με αυτή τη μέθοδο είναι υψηλής ακρίβειας. Στη συνέχεια δίνονται

μερικά παραδείγματα προκειμένου να επιδειχθεί η υλοποίηση και η αποτελεσματικότητα αυτής της μεθόδου.

- 6.2.13. **Quartic spline method for solving second-order boundary value problems, με Eisa A. Al-Said, Muhammad A. Noor, Anwar H. Almualim και B. Kokkinis, Int. Journal of the Physical Sciences, Vol. 6(17), PP. 4208-4212, 2011.**

Σε αυτό το άρθρο ομοιόμορφα τεταρτοβάθμιες πολυωνυμικές συναρτήσεις splines χρησιμοποιούνται για να αναπτυχθούν συνεπείς σχέσεις ώστε να μπορούμε να αναπτύξουμε αριθμητικές μεθόδους για την προσέγγιση της λύσης και της πρώτης, δεύτερης, τρίτης και τέταρτης παραγώγου της, συνοριακών προβλημάτων δεύτερης τάξης. Η μέθοδος που παρουσιάζεται εδώ είναι ικανή να παράγει ακριβείς προσεγγίσεις τέταρτης τάξης της λύσης και της πρώτης και της δεύτερης παραγώγου της καθώς και δεύτερης τάξης ακριβείς προσεγγίσεις για την τρίτη και την τέταρτη παράγωγο της λύσης. Η κύρια συνεπής σχέση για την μελέτη της μεθόδου των συναρτήσεων splines τετάρτου βαθμού είναι η ίδια σχέση που προτείνεται από τους Usmani et al. (1987), όπου υπήρχε ένα πρόβλημα σταθερότητας που επηρέαζε την ακρίβεια της μεθόδου τους. Στην παρούσα μέθοδο τέτοιο πρόβλημα σταθερότητας δεν εμφανίζεται και υπολογίζονται περισσότερο ακριβείς προσεγγίσεις για την πρώτη και τρίτη παράγωγο της λύσης. Στο τέλος παρατίθεται ένα αριθμητικό παράδειγμα για να επιδειχθεί η υλοποίηση και η αποτελεσματικότητα της προτεινόμενης μεθόδου.

### 6.3. ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΕΙΣ ΣΕ ΠΡΑΚΤΙΚΑ ΣΥΝΕΔΡΙΩΝ ΜΕ ΚΡΙΤΕΣ

- 6.3.1. **Approximation of Nonlinear Boundary Parabolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Proceedings of the First Hellenic-European Conference on Mathematics and Informatics Hermis 92, Athens, University of Economics and Business, pp. 63-67, 1992.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου γενικευμένου ελέγχου μη γραμμικών παραβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων με περιορισμούς. Αρχικά αποδεικνύεται ένα θεώρημα ύπαρξης ενός βέλτιστου γενικευμένου ελέγχου καθώς και αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας τύπου Pontryagin για το συνεχές πρόβλημα. Στη συνέχεια το πρόβλημα διακριτοποιείται πλήρως με τη χρήση ενός προσεγγιστικού σχήματος πεπερασμένων στοιχείων με κατά τμήματα γραμμικές συναρτήσεις και κατά τμήματα σταθερούς ελέγχους. Αποδεικνύεται η ύπαρξη ενός βέλτιστου ελέγχου και αναγκαίων συνθηκών βελτιστότητας για το διακριτοποιημένο πρόβλημα. Επιπλέον, δείχνεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών βέλτιστων (αντίστ. extremal αποδεκτών) διακριτών ελέγχων είναι βέλτιστα (αντίστ. extremal αποδεκτά) για το συνεχές γενικευμένο πρόβλημα.

- 6.3.2. **Approximation of Nonconvex Semilinear Hyperbolic Optimal Control Problems, με Chryssoverghi I., Kokkinis B., Proceedings of the Third Hellenic-European Conference on Mathematics and Informatics Hermis 96, Athens, University of Economics and Business, pp. 238-245, 1996.**

Το πρόβλημα που αντιμετωπίζουμε εδώ είναι ένα μη κυρτό πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου ημιγραμμικών υπερβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων με περιορισμούς στον έλεγχο και στην κατάσταση. Για την επίλυσή του εφαρμόζεται μια μεικτή μέθοδος Frank-Wolfe Ποινών με γενικευμένους ελέγχους. Η διακριτοποίηση του προβλήματος γίνεται εδώ με μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων με συνεχείς και κατά τμήματα γραμμικές συναρτήσεις ως προς τον χώρο, σε συνδυασμό με ένα αρκετά μεγάλης ακρίβειας, πεπλεγμένο σχήμα τύπου Crank-Nicholson ως προς τον

χρόνο, και προσεγγίζοντας ανεξάρτητα τους ελέγχους με κατά τμήματα σταθερούς ελέγχους. Τα ανωτέρω εφαρμόζονται σε ένα συγκεκριμένο αριθμητικό παράδειγμα.

6.3.3. **Mixed Gradient Penalty Method for Optimal Control Problems defined by Semilinear Parabolic Equations, Proceedings of 5<sup>th</sup> Hellenic-European Conference on Computer Mathematics and its Applications HERCMA 2001.**

Θεωρώ ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από ημιγραμμικές παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις με περιορισμούς στον έλεγχο και στη κατάσταση. Προτείνω μια διακριτή μέθοδο βελτιστοποίησης για την επίλυση της γενικευμένης μορφής του προβλήματος. Η μέθοδος συνδυάζει μια μέθοδο προβεβλημένης κλίσης με ποινές (penalty) με μια προοδευτικά εκλεπτιζόμενη διακριτοποίηση με πεπερασμένα στοιχεία χρησιμοποιώντας κατά τμήματα σταθερούς κλασικούς ελέγχους με αποτέλεσμα να μειώνεται ο συνολικά απαιτούμενος χρόνος στον υπολογιστή αλλά και η απαιτούμενη μνήμη για την επίλυση του προβλήματος. Με το κατάλληλο πλαίσιο υποθέσεων, αποδεικνύω ότι τα γενικευμένα σημεία συσσώρευσης των ακολουθιών που παράγονται από τη μέθοδο ικανοποιούν τις ασθενείς γενικευμένες αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας.

6.3.4. **Progressively Refining Discrete Methods for Constrained Optimal Control Problems, με Chryssovergi I, Kokkinis B., 4<sup>th</sup> GRACM Congress on Computational Mechanics, Πάτρα Ιούnius 2002 (Invitation).**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου μη γραμμικών συστημάτων συνήθων διαφορικών εξισώσεων με περιορισμούς στον έλεγχο, το οποίο διατυπώνεται σε κλασική και σε χαλαρή μορφή. Η εξίσωση κατάστασης διακριτοποιείται με ένα μη πεπλεγμένο σχήμα Runge-Kutta δεύτερης τάξης και οι έλεγχοι με κατά τμήματα σταθερούς ή χαλαρούς ελέγχους. Προτείνεται μια διακριτή κλασική μέθοδος προβεβλημένης κλίσης και μια διακριτή μέθοδος κλίσης υπό συνθήκη, η οποία λεπταίνει προοδευτικά τη διακριτοποίηση κατά τις επαναλήψεις, εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αντί να χρησιμοποιηθεί η ακριβής διακριτή παράγωγος κατά κατεύθυνση, η οποία προϋποθέτει περισσότερους υπολογισμούς, χρησιμοποιείται μια προσεγγιστική παράγωγος του συναρτησιακού κόστους που ορίζεται διακριτοποιώντας τη συνεχή συζυγή εξίσωση με το ίδιο σχήμα Runge-Kutta, αλλά αντίστροφα, και το ολοκλήρωμα που υπεισέρχεται με τον τύπο τραπεζίου. Αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης (αν υπάρχουν) ακολουθιών που παράγει η κλασική μέθοδος ικανοποιούν τις ασθενείς αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας του συνεχούς κλασικού προβλήματος, και ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών που παράγει η χαλαρή μέθοδος ικανοποιούν τις αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας του συνεχούς χαλαρού προβλήματος. Τέλος, δίνονται αριθμητικά παραδείγματα.

6.3.5. **Classical and Relaxed Discretization Methods for Semilinear Parabolic Optimal Control Problems, με Chryssovergi I, Kokkinis B., Panhellenic Conference on Mathematical Analysis and Applications, NTUA, Athens, 2004.**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου ημιγραμμικών παραβολικών μερικών διαφορικών εξισώσεων, με περιορισμούς στον έλεγχο και την κατάσταση. Επειδή ενδέχεται το πρόβλημα να μην έχει κλασικές λύσεις, διατυπώνεται και σε χαλαρή μορφή. Το κλασικό (αντ. χαλαρό) πρόβλημα διακριτοποιείται με μια μέθοδο πεπερασμένων στοιχείων ως προς το χώρο και ένα πεπλεγμένο θ-σχήμα ως προς το χρόνο, όπου οι έλεγχοι προσεγγίζονται με κατά blocks σταθερούς κλασικούς (αντ.

χαλαρούς) ελέγχους. Δίνονται διάφορες αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας για τα συνεχή και τα διακριτά προβλήματα. Μελετάται κατόπιν η συμπεριφορά στο όριο των ιδιοτήτων διακριτής βελτιστότητας και ακροτικότητα. Προτείνεται μετά μια διακριτή ποινικοποιημένη κλασική μέθοδος της κλίσης για την επίλυση του διακριτού κλασικού προβλήματος, και μια διακριτή χαλαρή ποινικοποιημένη μέθοδος κλίσης υπό συνθήκη για την επίλυση του διακριτού χαλαρού προβλήματος. Δίνονται αποτελέσματα σύγκλισης για όλες αυτές τις μεθόδους. Επιπλέον, προτείνονται αντίστοιχες προοδευτικά λεπτυνόμενες διακριτές μέθοδοι για την επίλυση του συνεχούς, κλασικού ή χαλαρού, προβλήματος, οι οποίες εξοικονομούν υπολογιστικό χρόνο και μνήμη.

6.3.6. **Discretization-Optimization Methods for Relaxed Optimal Control Problems, με Chrysosovergi I, Kokkinis B., 7<sup>th</sup> International Workshop on Mathematical Methods in Scattering Theory and Biomedical Engineering, Numphaiο, Greece, 2005.**

Θεωρείται ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου μη γραμμικών συστημάτων συνήθων διαφορικών εξισώσεων, με περιορισμούς στον έλεγχο, τελικούς περιορισμούς στην κατάσταση, και τελικό κόστος. Επειδή δεν γίνονται υποθέσεις κυρτότητας, ενδέχεται το πρόβλημα αυτό να μην έχει κλασικές λύσεις, και συνεπώς διατυπώνεται σε χαλαρή μορφή. Το χαλαρό πρόβλημα διακριτοποιείται χρησιμοποιώντας το πεπλεγμένο σχήμα του μέσου για την προσέγγιση της κατάστασης, όπου οι έλεγχοι προσεγγίζονται με κατά τμήματα σταθερούς χαλαρούς ελέγχους. Μελετάται πρώτα η συμπεριφορά στο όριο των ιδιοτήτων διακριτής χαλαρής βελτιστότητας, καθώς και διακριτής χαλαρής αποδεκτότητας και ακροτικότητα. Εφαρμόζεται μετά μια ποινικοποιημένη μέθοδος κλίσης υπό συνθήκη σε κάθε διακριτό πρόβλημα, καθώς και μια αντίστοιχη προοδευτικά λεπτυνόμενη διακριτή μέθοδος στο συνεχές πρόβλημα, εξοικονομώντας έτσι υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αποδεικνύεται ότι τα σημεία συσσώρευσης ακολουθιών που κατασκευάζονται με τις παραπάνω μεθόδους είναι αποδεκτά και ακροτικά για το αντίστοιχο διακριτό, ή συνεχές, χαλαρό πρόβλημα. Τέλος, δίνονται αριθμητικά παραδείγματα.

6.3.7. **Βελτιστοποίηση Επιχειρηματικού Σχεδίου, με Μεθόδους της Θεωρίας Λήψης Αποφάσεων, με την Α. Αναγνωστοπούλου, 21<sup>ο</sup> Εθνικό Συνέδριο της Ελληνικής Εταιρείας Επιχειρησιακών Ερευνών (ΕΕΕΕ), Λήψη Αποφάσεων στα Συστήματα Υγείας, Αθήνα, 2009.**

Η αβεβαιότητα, η ύπαρξη πολλαπλών στόχων και η πολυπλοκότητα των προβλημάτων λόγω του μεγάλου πλήθους παραμέτρων και προϋποθέσεων είναι οι βασικοί παράγοντες που καθιστούν δύσκολη τη λήψη ορθολογικών αποφάσεων. Στην εργασία αυτή αναλύεται η χρησιμότητα της θεωρίας λήψης αποφάσεων μέσω ενός σύνθετου προβλήματος αποφάσεων μιας ισπανικής αυτοκινητοβιομηχανίας. Για την κατανόηση και την επίλυση του προβλήματος κατασκευάστηκε ένα σύνθετο δέντρο αποφάσεων, το οποίο στη συνέχεια αξιολογήθηκε μέσω των εναλλακτικών μεθόδων της αναμενόμενης απώλειας ευκαιρίας (EOL) και της αναμενόμενης νομισματικής αξίας (EMV). Η μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων εξετάστηκε διεξάγοντας ανάλυση ευαισθησίας του μοντέλου, αποδεικνύοντας την ακεραιότητα της βέλτιστης απόφασης να προβεί η εταιρεία στις απαραίτητες επενδύσεις για την κατασκευή των κινητήρων της. Τέλος, εκτιμήθηκε ο χρόνος απόσβεσης της επένδυσης και εξετάστηκαν οι υποκειμενικοί παράγοντες του μοντέλου καθώς και οι εφαρμογές του στα ευρύτερα πλαίσια της επιχειρησιακής έρευνας και στον τομέα της υγείας.

6.3.8. **Classical and Relaxed Optimization Methods for Non Linear Parabolic Optimal Control Problems, με I. Chrysosoverghi, B. Kokkinis, Lirkov, Ivan (Editor) Et. Al. 7th International**

**Conference, Large-Scale Scientific Computing, LSSC 2009, Sozopol Bulgaria, June 4-8, 2009, Revised Papers, Berlin: Springer, Lecture Notes In Computer Science 5910, Pp. 247-255, 2010.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα καταναμημένου βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις. Οι εξισώσεις κατάστασης είναι μη γραμμικές σε σχέση με την κατάσταση και τον έλεγχο και οι περιορισμοί στην κατάσταση και το κόστος εξαρτώνται από την παράγωγο της κατάστασης. Το πρόβλημα αρχικά μορφοποιείται τόσο στην κλασσική όσο και στην γενικευμένη μορφή του. Στη συνέχεια παρατίθενται διάφορες συνθήκες βελτιστότητας και για τα δύο προβλήματα. Ακόμη, προτείνονται δύο μέθοδοι για την αριθμητική επίλυση αυτών των προβλημάτων. Η πρώτη μέθοδος είναι μία ποινικοποιημένη μέθοδος προβεβλημένης κλίσης, που παράγει κλασσικούς ελέγχους, ενώ η δεύτερη μέθοδος είναι μία ποινικοποιημένη μέθοδος καθόδου υπό συνθήκη, που παράγει γενικευμένους ελέγχους. Χρησιμοποιώντας τη θεωρία των γενικευμένων ελέγχων, εξετάζεται η οριακή συμπεριφορά των ακολουθιών που παράγονται από τις παραπάνω μεθόδους. Στο τέλος δίδονται αριθμητικά παραδείγματα.

- 6.3.9. **Classical and Relaxed Progressively Refining Discretization-Optimization Methods for Optimal Control Problems Defined by Ordinary Differential Equations, με I. Chrysosoverghi, B. Kokkinis, Lirkov, Ivan (Editor) Et. Al. 8th International Conference, Large-Scale Scientific Computing, LSSC 2011, Sozopol Bulgaria, June 6-10, 2011, Revised Selected Papers, Berlin: Springer, Lecture Notes In Computer Science 7116, Pp. 106-114, 2012.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από μη γραμμικές συνήθεις διαφορικές εξισώσεις, με περιορισμούς στον έλεγχο και σημειακούς περιορισμούς στην κατάσταση. Δεδομένο ότι το πρόβλημα είναι δυνατόν να μην έχει κλασσικές λύσεις μορφοποιείται επιπλέον στην γενικευμένη του μορφή. Αρχικά, δίδονται διάφορες αναγκαίες ή/και ικανές συνθήκες βελτιστότητας και για τα δύο προβλήματα. Προκειμένου να λυθούν αριθμητικά τα προβλήματα αυτά, προτείνουμε μία διακριτή ποινικοποιημένη μέθοδο κατάβασης υπό συνθήκη, που παράγει γενικευμένους ελέγχους. Και στις δύο μεθόδους, η διακριτοποίηση εκλεπτύνεται προοδευτικά προκειμένου να βελτιωθεί η αποτελεσματικότητα με μειωμένο υπολογιστικό κόστος. Τελικά επιλύονται αριθμητικά παραδείγματα.

- 6.3.10. **Optimal Control of Nonlinear Elliptic PDEs – Theory and Optimization Methods, με B. Kokkinis, 9th International Conference, Large-Scale Scientific Computing, LSSC 2013, Sozopol Bulgaria, June 3-7, 2013.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου, που περιγράφεται από μια δευτέρας τάξης ελλειπτική μερική Διαφορική Εξίσωση, μη γραμμική συγχρόνως στην κατάσταση και τον έλεγχο με ισχυρά μονότονη μη γραμμικότητα στην κατάσταση, με περιορισμούς τόσο στον έλεγχο όσο και στην κατάσταση, και όπου οι περιορισμοί στην κατάσταση και στο συναρτησιακό κόστος περιέχουν και την παράγωγο της κατάστασης. Δεδομένου ότι ένα τέτοιο πρόβλημα μπορεί να μην δέχεται κλασσικές λύσεις μορφοποιείται και στην γενικευμένη μορφή του. Στην περίπτωση του γενικευμένου προβλήματος αποδεικνύεται η ύπαρξη ενός βέλτιστου γενικευμένου ελέγχου, χωρίς να εισάγουμε υποθέσεις κυρτότητας. Επίσης τίθενται διάφορες ικανές συνθήκες βελτιστότητας τόσο για το κλασσικό όσο και για το γενικευμένο πρόβλημα. Στη συνέχεια για την αριθμητική επίλυση τέτοιων προβλημάτων, προτείνουμε μία ποινικοποιημένη μέθοδο προβεβλημένης κλίσης, που παράγει κλασσικούς ελέγχους, και μία ποινικοποιημένη μέθοδο καθόδου υπό συνθήκη, που παράγει γενικευμένους ελέγχους. Χρησιμοποιώντας ακόμα τη θεωρία χαλάρωσης, εξετάζονται η οριακή

συμπεριφορά των ακολουθιών που παράγονται με τις παραπάνω μεθόδους. Τελικά επιλύονται αριθμητικά παραδείγματα.

#### 6.4. ΑΝΑΚΟΙΝΩΣΕΙΣ ΣΕ ΣΥΝΕΔΡΙΑ

- 6.4.1. **Discrete Relaxed Method for Nonconvex Optimal Control and Variational Problems, με Chrysosoverghi I., Kokkinis B., 19<sup>th</sup> IFIP TC7 Conference on System Modelling and Optimization, Cambridge, July 1999.**

Προτείνουμε μια αριθμητική μέθοδο για την επίλυση ενός προβλήματος βελτιστοποίησης, που αποτελεί ένα γενικό μοντέλο για μία ευρεία τάξη μη κυρτών προβλημάτων βέλτιστου ελέγχου και λογισμού μεταβολών με περιορισμούς στη γενικευμένη μορφή τους. Εφαρμόζεται μια μέθοδος κλίσης (gradient method) με περιορισμούς και με επιλογή βήματος τύπου Armijo πάνω σε έναν διακριτό έλεγχο με ποινές. Χρησιμοποιούμε διακριτή παράγωγο κατά κατεύθυνση και προοδευτικά λεπταίνουμε τη διακριτοποίηση ακολουθώντας κάποιο κριτήριο σύγκλισης. Με τις κατάλληλες υποθέσεις, αποδεικνύουμε ότι τα σημεία συσσώρευσης των ακολουθιών που παράγει η μέθοδος ικανοποιούν τις γενικές αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας Kuhn-Tucker. Στη συνέχεια παρουσιάζονται εφαρμογές της παραπάνω Διακριτής Γενικευμένης Μεθόδου σε γενικευμένα προβλήματα βέλτιστου ελέγχου που ορίζονται από μη γραμμικές συνήθειες και μερικές διαφορικές εξισώσεις.

- 6.4.2. **Numerical Methods for Nonconvex Optimal Control Problems, με Chrysosoverghi I., Kokkinis B., 1<sup>st</sup> Interdisciplinary Symposium on Nonlinear Problems, NTUA, Athens, January 2000.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου συστημάτων που ορίζονται από ημιγραμμικές παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις χωρίς να γίνονται υποθέσεις κυρτότητας. Το πρόβλημα αναμορφώνεται στη γενικευμένη μορφή του και δίνονται αποτελέσματα ύπαρξης και αναγκαίων συνθηκών βελτιστότητας. Στη συνέχεια, περιγράφουμε μια μέθοδο διακριτοποίησης, μια μέθοδο βελτιστοποίησης τύπου Frank-Wolfe με ποινές καθώς και μια μεικτή μέθοδο διακριτοποίησης-βελτιστοποίησης, χρησιμοποιώντας γενικευμένους ελέγχους.

- 6.4.3. **Discrete Gradient Methods for Optimal Control Problems Defined by Semilinear Parabolic Equations, με Kokkinis B., 20<sup>th</sup> IFIP TC7 Conference on System Modeling and Optimization, Trier, Germany, July 2001.**

Θεωρούμε τόσο τη κλασική όσο και τη γενικευμένη μορφή ενός προβλήματος βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από ημιγραμμικές παραβολικές μερικές διαφορικές εξισώσεις με περιορισμούς πάνω στον έλεγχο. Χρησιμοποιούμε ένα σχήμα πεπερασμένων στοιχείων ως προς το χώρο και ένα σχήμα πεπερασμένων διαφορών ως προς το χρόνο για την προσέγγιση της εξίσωσης της κατάστασης ενώ οι έλεγχοι προσεγγίζονται με ελέγχους κλασικούς ή γενικευμένους που είναι κατά τμήματα σταθεροί. Στη συνέχεια προτείνουμε μια διακριτή κλασική μέθοδο προβεβλημένης κλίσης (projected gradient) και μια διακριτή μέθοδο κλίσης με γενικευμένους ελέγχους και περιορισμούς. Στις παραπάνω μεθόδους με προοδευτική εκλέπτυνση της διακριτοποίησης περιορίζουμε τον απαιτούμενο υπολογιστικό χρόνο και μνήμη. Αποδεικνύουμε ότι τα γενικευμένα σημεία συσσώρευσης των ακολουθιών που παράγει η κλασική μέθοδος ικανοποιούν τις συνεχείς ασθενείς συνθήκες βελτιστότητας. Στα μη κυρτά προβλήματα εφαρμόζεται η μέθοδος με γενικευμένους ελέγχους και τα γενικευμένα σημεία συσσώρευσης των ακολουθιών που παράγονται αποδεικνύεται ότι ικανοποιούν τις

συνεχείς ισχυρές γενικευμένες συνθήκες βελτιστότητας.

**6.4.4. Modelling the diffusion of chain emails, με Kainich A., EURO XXIV Lisbon, 24<sup>th</sup> European Conference on Operational Research, July 2010.**

Εξετάζουμε τη διάδοση των αλυσιδωτών μηνυμάτων του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου, που προέρχονται από Εξετάζουμε τη διάδοση των αλυσιδωτών μηνυμάτων του ηλεκτρονικού ταχυδρομείου, που προέρχονται από έναν μοναδικό αποστολέα. Δημιουργήσαμε ένα πλέγμα κοινωνικής δικτύωσης με 15058 κόμβους και αναπτύξαμε μια μέθοδο οργάνωσης των δεδομένων και μοντελοποίησης της διάχυσης των μηνυμάτων σύμφωνα με το μοντέλο cascade. Στη συνέχεια εφαρμόσαμε το κ-βέλτιστο αλγόριθμο προκειμένου να αναγνωρίσουμε τους 8 καλύτερους κόμβους με την έννοια της μεγαλύτερης αναμενόμενης σταθμισμένης με συγκεκριμένα κριτήρια σημαντικότητας τους στο δίκτυο. Στη συνέχεια προτείναμε ένα τρόπο επιτάχυνσης του παραπάνω αλγόριθμου. Τέλος, δίνουμε μια παρουσίαση του γραφήματος κοινωνικής δικτύωσης και εξηγούμε τα αποτελέσματα και τη χρησιμότητα του αλγόριθμου, δεδομένου ότι η επισήμανση των κ-βέλτιστων κόμβων μπορεί να αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη στην επιστήμη του marketing.

**6.4.5. Optimization methods for optimal control problems with control and pointwise state constraints, με I. Chrysosoverghi, B. Kokkinis, 24<sup>TH</sup> European Conference on Operational Research, July 2010.**

Θεωρούμε ένα πρόβλημα βέλτιστου ελέγχου για συστήματα που ορίζονται από μη γραμμικές συνήθεις διαφορικές εξισώσεις με έλεγχο και σημειακούς περιορισμούς στην κατάσταση. Το πρόβλημα μοντελοποιείται τόσο στην κλασική όσο και στη γενικευμένη μορφή του. Αρχικά δίδονται διάφορες αναγκαίες συνθήκες βελτιστότητας και για τα δύο προβλήματα. Για την αριθμητική επίλυση αυτών των προβλημάτων προτείνεται μια μέθοδος προβεβλημένης κλίσης με ποινές, για την κατασκευή των κλασικών ελέγχων και μια υπό συνθήκη μέθοδος κατάβασης με ποινές για την κατασκευή των γενικευμένων ελέγχων. Με τη βοήθεια της θεωρίας των χαλαρών ελέγχων, εξετάζουμε τη συμπεριφορά στο όριο των ακολουθιών των ελέγχων που παράγουν οι παραπάνω μέθοδοι. Τέλος παρατίθενται αριθμητικά παραδείγματα.

## 7. ΣΥΓΓΡΑΦΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

---

- 7.1. Εισαγωγή στη Γλώσσα Προγραμματισμού FORTRAN 77, με Κοκκίνη Β., ΕΜΠ, Αθήνα 1994.
- 7.2. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα – Γραμμικός Προγραμματισμός, 2006.
- 7.3. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα – Ακέραιος Προγραμματισμός, 2006.
- 7.4. Πληροφοριακά Συστήματα στον Γραμμικό και τον Ακέραιο Προγραμματισμό, 2006.
- 7.5. Έλεγχος Αποθεμάτων, 2007.
- 7.6. Εισαγωγή στην Επιχειρησιακή Έρευνα, Κολέτσος Ιωάννης Επικ. Καθ. ΕΜΠ, Στογιάννης Δημήτριος Διδάκτωρ ΕΜΠ, Αθήνα 2012, Σελίδες 691, Εκδόσεις Συμείων.



## 8. ΠΑΛΑΙΟΤΕΡΕΣ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΕΣ

---

- 8.1. Διδασκαλία σε Σεμινάρια επιμόρφωσης προς νέους ανέργους υπό τον τίτλο “Μέθοδοι Υπολογιστικών Μαθηματικών” στο **ΕΜΠ** (1994).
- 8.2. Παρακολούθηση Σεμιναρίων πάνω στην Αρχιτεκτονική Παράλληλων Υπολογιστών, συστήματα Parsytec Cgel, Intel XP/S Silicon Graphics TFP, Εφαρμογές σε προβλήματα τεχνολογίας και Επισκόπηση Μεθόδων Παραλληλισμού από το ΕΠΙΣΕΥ του **ΕΜΠ**.
- 8.3. Εκπαίδευση σε προβλήματα **οργάνωσης και ασφάλειας δικτύων** από το ΚΕΔ του ΕΜΠ.
- 8.4. Διδασκαλία στο Ελληνικό Κέντρο Παραγωγικότητας (**ΕΛΚΕΠΑ**).
- 8.5. Διδασκαλία στο **Κολέγιο Αθηνών** (1996-97), (Μέση Εκπαίδευση).
- 8.6. Συμμετοχή στη **Μηχανοργάνωση του ΓΝΑ** (Γενικό Νοσοκομείο Αεροπορίας) και επίλυση προβλημάτων αρχείων, νοσηλείας, σίτισης, ασφάλειας δεδομένων, αλληλεπίδρασης εφαρμογών, αξιοπιστίας του συστήματος σε περίπτωση κρίσης, έλεγχος αστάθμητων παραγόντων (1988-1989).
- 8.7. Δημιουργία συστήματος αποταμίευσης δεδομένων (Backup) στο **Κ.Α.Ι.** (Κέντρο Αεροπορικής Ιατρικής της Πολεμικής Αεροπορίας) (1989).