**Κεφάλαιο 8:** **Ακέραιος Προγραμματισμός**

### Άλυτες ασκήσεις

1. Η ΕΛΟ είναι μια εταιρεία ορκωτών λογιστών, με συμβόλαια για την υποστήριξη 7 επιχειρήσεων. Στον πίνακα 8.22 φαίνεται το πλήθος των λογιστών που πρέπει να εμπλακούν στην υποστήριξη της κάθε εταιρείας, καθώς και το χρονικό διάστημα (σε εβδομάδες) που απαιτείται για την ολοκλήρωση κάθε έργου.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Όνομα εταιρείας** | **Αριθμός λογιστών** | **Εβδομάδες που απατούνται για την ολοκλήρωση του έργου** |
| **A** | 3 | 3 |
| **B** | 3 | 1 |
| **C** | 2 | 5 |
| **D** | 3 | 4 |
| **E** | 2 | 2 |
| **F** | 1 | 2 |
| **G** | 4 | 5 |

Πίνακας 8.22

Οι επιχειρήσεις απαιτούν οι λογιστές που τις υποστηρίζουν να μην αλλάζουν πριν ολοκληρώσουν το έργο τους. Γι’ αυτό είναι επιβεβλημένο, όταν ένας λογιστής αναλάβει την εξυπηρέτηση μίας εταιρείας αυτός να παραμείνει στη θέση του μέχρι να ολοκληρωθεί το έργο που του έχει ανατεθεί. Επιπλέον, όταν ξεκινήσει να υλοποιείται ένα έργο που αφορά μία επιχείρηση, τότε αυτό για κανένα λόγο δε διακόπτεται και συνεχίζεται κανονικά η εκτέλεσή του μέχρις ότου αυτό ολοκληρωθεί πλήρως. Η ΕΛΟ επιθυμεί να προσλάβει τον ελάχιστο αριθμό λογιστών που θα καταστήσει δυνατή την ολοκλήρωση όλων των έργων που φαίνονται στο πίνακα **μέσα στους επόμενους τρείς μήνες**.

α) Να ορισθούν προσεκτικά και να εξηγηθούν οι μεταβλητές του προβλήματος.

β) Να μοντελοποιήσετε το πρόβλημα.

γ) Να αναλυθούν οι περιορισμοί.

δ) Να επιλυθεί με τη βοήθεια κατάλληλου υπολογιστικού πακέτου.

ε) Να γίνει μια γραφική αναπαράσταση μιας κατά το δυνατόν καλύτερης εφικτής λύσης. 

(ΔΠΜΣ “Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες”,Ε.Μ.Π., Ιούνιος 2011)

1. Η Διοικητής της νεοσυσταθείσας μονάδας ΔΙΑΣ της ελληνικής αστυνομίας, προσπαθεί να κάνει μια βελτιστοποίηση κόστους για τις περιπολίες σε μια υποβαθμισμένη και ταλαιπωρημένη από την εγκληματικότητα περιοχή του κέντρου των Αθηνών για το επόμενο έτος. Το στοιχείο κλειδί είναι ο αριθμός του προσωπικού που θα χρειαστεί για κάθε βάρδια. Η κυρία διοικητής μόλις έλαβε μια έρευνα (φαίνεται στον πίνακα που ακολουθεί), που δείχνει πόσες περιπολίες χρειάζονται ανά χρονικά διαστήματα των 4 ωρών.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Βάρδια** | **Περίοδος** | **Περιπολίες** |
| **1** | 22:00 - 02:00 | 13 |
| **2** | 02:00 - 06:00 | 7 |
| **3** | 06:00 - 10:00 | 4 |
| **4** | 10:00 - 14:00 | 6 |
| **5** | 14:00 - 18:00 | 6 |
| **6** | 18:00 - 22:00 | 17 |
|  | **Σύνολο** | **53** |

Πίνακας 8.23

Αυτές οι εκτιμήσεις στηρίχτηκαν εν μέρει σε παλαιότερη εμπειρία από κλήσεις που έχουν δεχτεί για βοήθεια σε κλοπές, ληστείες, διαρρήξεις, επιθέσεις, ακόμα και δολοφονίες και εν μέρει σε ένα νέο πρόγραμμα πρόληψης του εγκλήματος, που βασίζεται στην αποτροπή λόγω της εμφανούς παρουσίας των μονάδων κατά τις ώρες αιχμής της εγκληματικότητας.

Το πρόβλημα που έχει να επιλύσει η διοικητής οφείλεται στο ότι το προσωπικό κάνει την υπηρεσία του σε οκτάωρες βάρδιες και όχι ανά 4 ώρες όπως φαίνεται στον πίνακα 8.24. Μέχρι στιγμής η μονάδα λειτουργεί με 6 οκτάωρες βάρδιες, που φαίνονται στον παρακάτω πίνακα και η διοικητής δεν επιθυμεί να διαταράξει αυτή την πολιτική.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Βάρδια** | **Ώρα έναρξης** | **Ώρα λήξης** |
| **1** | 22:00 | 06:00 |
| **2** | 02:00 | 10:00 |
| **3** | 06:00 | 14:00 |
| **4** | 10:00 | 18:00 |
| **5** | 14:00 | 22:00 |
| **6** | 18:00 | 02:00 |

Πίνακας 8.24

Η κυρία διοικητής πρέπει να αποφασίσει τον ελάχιστο αριθμό προσωπικού, που απαιτείται για να καλυφθούν οι ανάγκες της υπηρεσίας. Υποθέστε ότι το πρόβλημα αφορά μόνο καθημερινές και ότι κάθε περιπολία απαιτεί 2 άτομα.

α) Να μοντελοποιήσετε το πρόβλημα ως ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού.

β) Να επιλυθεί το πρόβλημα με τη μέθοδο B&B.

γ) Να επιλυθεί με τη βοήθεια κατάλληλου υπολογιστικού πακέτου.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π., Σεπτέμβριος 2010)

1. Να γίνει η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος της άλυτης άσκησης 1 του κεφαλαίου 2 (εταιρεία αλουμινίου), λαμβάνοντας υπόψη τους ακόλουθους περιορισμούς:

Α) Μπορεί να χρησιμοποιηθούν το πολύ τρείς από τις μεθόδους 1, 2, 3, 4 και 5.

Β) Οι μέθοδοι 6 και 7 δεν μπορεί να χρησιμοποιηθούν συγχρόνως.

Γ) Οι μέθοδοι 11, 12 ή δεν χρησιμοποιούνται καθόλου ή χρησιμοποιούνται και οι δύο μαζί.

Δ) Αν χρησιμοποιηθεί η μέθοδος 5, πρέπει να χρησιμοποιηθεί οπωσδήποτε και η μέθοδος 6.

Στη συνέχεια, να επιλυθεί με τη βοήθεια κατάλληλου υπολογιστικού πακέτου. (Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π., Σεπτέμβριος 2011)

1. Μια νέα διεθνής, ταχεία αναπτυσσόμενη αεροπορική εταιρεία με έδρα της την Αθήνα, βρίσκεται στη διαδικασία να προσθέσει δύο νέες πόλεις στο πλάνο των προορισμών της. Συγκεκριμένα, θα προστεθεί ένα ημερήσιο δρομολόγιο από Αθήνα σε Λάρνακα με επιστροφή και ένα από Αθήνα σε Κάιρο με επιστροφή. Το πρόβλημα που αντιμετωπίζει άμεσα η εταιρεία είναι τι είδους αεροσκάφος να δρομολογήσει σε καθένα από αυτούς τους δύο προορισμούς. Η εταιρεία διαθέτει 5 αεροπλάνα με τα χαρακτηριστικά που φαίνονται στον πίνακα 8.25. Κάθε αεροσκάφος που θα πετάξει από την Αθήνα στο προορισμό του θα επιστρέψει εντός της ίδιας ημέρας. Οποιοσδήποτε συνδυασμός αεροσκαφών μπορεί να δρομολογηθεί σε κάθε μία από τις δύο διαδρομές.

|  |  |
| --- | --- |
|  | **Λειτουργικό κόστος (σε χιλ. €)** |
| **Τύπος αεροπλάνου** | **Αριθμός διαθέσιμων αεροπλάνων** | **Χωρητικότητα επιβατών** | **Αθήνα -Λάρνακα και****επιστροφή** | **Αθήνα -Κάϊρο και επιστροφή** |
| **Α** | 1 | 320 | 108 | 132 |
| **Β** | 4 | 250 | 90 | 100 |

Πίνακας 8.25

Το τμήμα Έρευνας Αγοράς της εταιρείας έκανε μία προσεκτική μελέτη της ζήτησης εισιτηρίων στις συγκεκριμένες διαδρομές και τα αποτελέσματα φαίνονται στον δεύτερο πίνακα. Αυτές οι εκτιμήσεις αφορούν τη μέγιστη ζήτηση που μπορεί να προκύψει.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Διαδρομή** | **Ημερήσια ζήτηση (εκτίμηση)** | **Τιμή εισιτηρίου μονής διαδρομής (σε €)** |
| Αθήνα- Λάρνακα | 520 | 180 |
| Λάρνακα -Αθήνα | 440 | 170 |
| Αθήνα- Κάϊρο  | 290 | 340 |
| Κάϊρο -Αθήνα | 265 | 315 |

Πίνακας 8.26

Η εταιρεία μπορεί να αποφασίσει αν θα πραγματοποιεί ένα δρομολόγιο μόνο αν το αεροσκάφος της ταξιδεύει πλήρες επιβατών ή αν το δρομολόγιο θα πραγματοποιείται ακόμα και αν υπάρχουν κενές θέσεις.

α) Να μορφοποιήσετε το πρόβλημά ως ένα πρόβλημα ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού. β) Να ορισθούν προσεκτικά και να εξηγηθούν οι μεταβλητές του προβλήματος. γ) Να αναλυθούν οι περιορισμοί. 

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π., Ιούνιος 2007)

1. Να επιλυθεί το παραπάνω πρόβλημα με τη βοήθεια κατάλληλου υπολογιστικού πακέτου.
2. Να επιλυθεί η άσκηση 3 του κεφαλαίου 2 (διαφήμιση) με τη βοήθεια μεθόδων του Ακέραιου Προγραμματισμού.
3. Να επιλυθεί η άσκηση 7 του κεφαλαίου 2 (προϊόντα Α, Β) με τη βοήθεια μεθόδων του Ακέραιου Προγραμματισμού.
4. Να επιλυθεί η άσκηση 15 του κεφαλαίου 2 (skateboard) με τη βοήθεια μεθόδων του Ακέραιου Προγραμματισμού.
5. Να επιλυθεί η άσκηση 18 του κεφαλαίου 2 (κατασκευαστής φορητών υπολογιστών) με τη βοήθεια μεθόδων του Ακέραιου Προγραμματισμού.