**Κεφάλαιο 7:** **Το δυϊκό πρόβλημα**

### Άλυτες ασκήσεις

1. Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

**Αντικειμενική συνάρτηση:**

****

**Υπό τους περιορισμούς:**

****

****



α) Να λυθεί το πρόβλημα με τη μέθοδο Simplex.

β) Να μετατρέψετε το αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό του.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π., Ιούνιος 2009)

1. Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

**Αντικειμενική συνάρτηση:**

****

**Υπό τους περιορισμούς:**

****

****

****

****



α) Nα μετατρέψετε το αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό του.

β) Να λυθεί το δυϊκό πρόβλημα με τη μέθοδο Simplex.

γ) Να συμπεράνετε τη λύση του αρχικού προβλήματος.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π., Σεπτέμβριος 2007)

1. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

**Αντικειμενική συνάρτηση:**

****

**Υπό τους περιορισμούς:**

****

****

****

****



α) Nα μετατρέψετε το αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό του.

β) Να λυθεί το δυϊκό πρόβλημα με τη μέθοδο Simplex.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π., Σεπτέμβριος 2006)

1. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

**Αντικειμενική συνάρτηση:**

****

**Υπό τους περιορισμούς:**

****

****



α) Να μετατρέψετε το αρχικό πρόβλημα στο δυϊκό του.

β) Να λυθεί το δυϊκό πρόβλημα με τη μέθοδο Simplex.

γ) Να συμπεράνετε τη λύση του αρχικού προβλήματος.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π., Ιούνιος 2007)

* 1. Μία βιοτεχνία κατασκευάζει 4 τύπους διακοσμητικών,  από μέταλλο και γυαλί. Τα 4 αυτά προϊόντα διαφέρουν ως προς τις διαστάσεις, το σχήμα και τα υλικά που χρησιμοποιούνται. Η παραγωγή καθενός τεμαχίου από τα  απαιτεί συγκεκριμένες ώρες εργασίας και πρώτες ύλες, όπως φαίνονται στον πίνακα 7.24 (στην τελευταία στήλη του πίνακα δίνεται η τιμή πώλησης κάθε μονάδας προϊόντος).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **Εργασία (σε ώρες)** | **Μέταλλο (σε γραμμάρια)** | **Γυαλί (σε γραμμάρια)** | **Τιμή πώλησης (σε €)** |
|  | 2 | 112 | 168 | 28.50 |
|  | 1 | 56 | 56 | 12.50 |
|  | 3 | 28 | 28 | 29.25 |
|  | 2 | 56 | 56 | 21.50 |

**Πίνακας** **7.24**

Για την παραγωγή της επόμενης εβδομάδας, η βιοτεχνία διαθέτει 4,000 ώρες εργασίας, 168,000 γραμμάρια μετάλλου και 280,000 γραμμάρια γυαλιού. Το κόστος της ώρας εργασίας είναι 8 € και το κόστος των πρώτων υλών είναι 0.02 € ανά γραμμάριο μετάλλου και 0.03 € ανά γραμμάριο γυαλιού. Από περιορισμούς της αγοράς, η παραγωγή των  δεν πρέπει να ξεπεράσει τις 1,000, 2,000, 500 και 1,000 μονάδες αντίστοιχα. Η εταιρεία επιθυμεί να προγραμματίσει την παραγωγή της επόμενης βδομάδας με στόχο να μεγιστοποιήσει το κέρδος της.

Αφού μοντελοποιήσετε το παραπάνω πρόβλημα ως πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, στη συνέχεια να βρείτε το δυικό του.  (Πληροφορική Αθήνας, Ιανουάριος 2005)

* 1. Να επιλυθεί το πρόβλημα της προηγούμενης άσκησης με τη βοήθεια κατάλληλου υπολογιστικού πακέτου.
  2. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

**Αντικειμενική συνάρτηση:**

****

**Υπό τους περιορισμούς:**

****

****



α) Να βρεθεί η βέλτιστη λύση με τη μέθοδο Simplex.

β) Να βρεθεί η βέλτιστη λύση του δυικού προβλήματος χρησιμοποιώντας την απάντηση του ερωτήματος 1.

(Μαθηματικό Αθήνας, Ιούνιος 2008)

* 1. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

**Αντικειμενική συνάρτηση:**

****

**Υπό τους περιορισμούς:**

****

****



α) Να βρεθεί η βέλτιστη λύση με τη μέθοδο Simplex.

β) Να βρεθεί η βέλτιστη λύση του δυικού προβλήματος χρησιμοποιώντας την απάντηση του ερωτήματος α).

(Μαθηματικό Αθήνας, Ιούλιος 2007)

1. Ένας ενήλικας για να εξασφαλίσει τη σωστή διατροφή του πρέπει καθημερινά να λαμβάνει τουλάχιστον 30 μονάδες βιταμίνης Β1, 27 μονάδες βιταμίνης Β2 και 33 μονάδες βιταμίνης Β3. Οι βιταμίνες Β1, Β2 και Β3 περιέχονται σε πέντε τροφές.

* Η τροφή Τ1 περιέχει 3, 1 και 4 μονάδες/gr των βιταμινών Β1, Β2 και Β3 αντίστοιχα.
* Η τροφή Τ2 περιέχει 2, 4 και 6 μονάδες/gr των βιταμινών Β1, Β2 και Β3 αντίστοιχα.
* Η τροφή Τ3 περιέχει 0, 2 και 6 μονάδες/gr των βιταμινών Β1, Β2 και Β3 αντίστοιχα.
* Η τροφή Τ4 περιέχει 3, 9 και 7 μονάδες/gr των βιταμινών Β1, Β2 και Β3 αντίστοιχα.
* Η τροφή Τ5 περιέχει 1, 1 και 5 μονάδες/gr των βιταμινών Β1, Β2 και Β3 αντίστοιχα.

Το μέσο κόστος αγοράς ανά gr τροφής σύμφωνα με τον δείκτη τιμών καταναλωτή ανήλθε κατά το έτος 2011 στην αγορά της Αθήνας σε 10, 8, 9, 18 και 7 λεπτά του € για τις τροφές Τ1, Τ2, Τ3, Τ4 και T5 αντίστοιχα.

α) Να γίνει η μαθηματική μορφοποίηση του προβλήματος βάσει ενός μοντέλου γραμμικού προγραμματισμού, το οποίο θα λύνει κάθε πρωί ο καταναλωτής προκειμένου να εξασφαλίσει τις απαιτούμενες μονάδες βιταμινών με το ελάχιστο δυνατό κόστος αγοράς των απαιτούμενων τροφίμων. Υποθέτουμε ότι ο καταναλωτής διαθέτει αρκετές συνταγές, ώστε να μπορεί να μαγειρεύει και να παρασκευάζει γεύμα από οποιοδήποτε συνδυασμό των 5 τροφών με οποιεσδήποτε ποσότητες δώσει η μαθηματική λύση του προβλήματος.

β) Μεγάλη ελληνική φαρμακοβιομηχανία εκτιμά ότι υπάρχει σημαντική πιθανότητα να αποκομίσει κέρδη αν θέσει σε κυκλοφορία χάπια βιταμινών Β1, Β2 και Β3. Να μοντελοποιηθεί ένα πρόγραμμα γραμμικού προγραμματισμού (προφανώς δυϊκό του προηγούμενου) που να υπολογίζει την τιμή πώλησης για κάθε μονάδα βιταμίνης, ώστε η φαρμακοβιομηχανία να είναι ανταγωνιστική στην αγορά.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π., κανονική εξεταστική 2006