**Κεφάλαιο 4:** **Γραφική επίλυση προβλημάτων Γραμμικού Προγραμματισμού**

### Άλυτες ασκήσεις

1. Δίνεται το πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού:

Αντικειμενική συνάρτηση:

****

Υπό τους περιορισμούς:

****

****



Να λυθεί το πρόβλημα με τη γραφική μέθοδο.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π., Φεβρουάριος 2009)

1. Δίνεται το παρακάτω πρόβλημα ελαχιστοποίησης:

Αντικειμενική συνάρτηση:



Υπό τους περιορισμούς:

****

****



Να επιλυθεί με τη γραφική μέθοδο.

1. Να λύσετε γραφικά το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

Αντικειμενική συνάρτηση:

****

Υπό τους περιορισμούς:

****

****



(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π., Ιούνιος 2008)

1. Να λύσετε γραφικά το παρακάτω πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού.

Αντικειμενική συνάρτηση:

****

Υπό τους περιορισμούς:

****

****



1. Εταιρεία κατασκευάζει φωτογραφικές μηχανές με κόστος 100 € η μία και φλας με κόστος 40 € το ένα. Τα έσοδα από κάθε φωτογραφική μηχανή είναι 160 €, ενώ από κάθε φλας 90 €. Η εταιρεία κατασκευάζει συνολικά έως 120 κομμάτια ανά ημέρα, με ανώτατο όριο του κόστους παραγωγής 6.000 € ανά ημέρα.

Ζητείται το βέλτιστο μέγεθος παραγωγής ώστε να μεγιστοποιήσετε το ημερήσιο κέρδος.

α) Να γίνει η μαθηματική μοντελοποίηση του προβλήματος και στη συνέχεια να λυθεί γραφικά.

β) Να υπολογιστούν οι σκιώδεις τιμές για το ανώτατο πλήθος παραγωγής των 120 κομματιών την ημέρα και για το ανώτατο κόστος παραγωγής των 6.000 € ανά ημέρα.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε, Ε.Μ.Π., Φεβρουάριος 2007)

1. Μία εταιρεία πουλάει δύο διαφορετικά προϊόντα, Α και Β. Οι τιμές πώλησης, τα οριακά κόστη και τα οριακά κέρδη δίνονται στον παρακάτω πίνακα:



**Πίνακας 4.4**

Τα δύο προϊόντα παράγονται με κοινή παραγωγική διαδικασία και πωλούνται σε δύο διαφορετικές αγορές. Η παραγωγική διαδικασία έχει τη δυνατότητα των 45,000 εργατοωρών. Απαιτούνται 4.5 ώρες για να παραχθεί μία μονάδα προϊόντος Α και 1.5 ώρες για να παραχθεί μία μονάδα προϊόντος Β. Μετά από έρευνα στις αγορές, η εταιρεία πιστεύει πως ο μέγιστος αριθμός προϊόντων Α που μπορούν να πουληθούν είναι 12,000 μονάδες και του προϊόντος Β είναι 18,000 μονάδες. Τα προϊόντα μπορούν να πουληθούν σε κάθε συνδυασμό, αρκεί να υπόκεινται σε αυτούς τους περιορισμούς.

Τα παρακάτω ερωτήματα να θεωρηθούν ανεξάρτητα το ένα από το άλλο και να λυθούν γραφικά (όλες οι μονάδες να θεωρηθούν μετρημένες σε χιλιάδες).

α) Να λυθεί το παραπάνω πρόβλημα γραφικά προκειμένου να βρεθεί το βέλτιστο μείγμα προϊόντος.

β) Υποθέστε ότι η ποσότητα μονάδων προϊόντος Α που μπορεί να απορροφηθεί από την αγορά εκτιμήθηκε λόγω λάθους 12,000 (ενώ στην πραγματικότητα είναι 13,000). Τι επίδραση έχει αυτή η αλλαγή στη λύση; Τι επίδραση έχει στο κέρδος; Ποια είναι η σκιώδης τιμή (shadow price για τον περιορισμό στον αριθμό μονάδων προϊόντος Α που μπορεί να πουληθούν;

γ) Θεωρήστε πως οι μονάδες του προϊόντος Β που μπορούν να πουληθούν είναι τελικά 19,000 (αντί για 18,000 που εκτιμήθηκε αρχικά στο πρώτο ερώτημα). Τι επίδραση έχει αυτή η αλλαγή στη λύση; Τι επίδραση έχει στο κέρδος; Ποια είναι η σκιώδης τιμή (shadow price) για τον περιορισμό στον αριθμό των μονάδων του προϊόντος Β που μπορεί να πουληθούν;

δ) Θεωρήστε πως οι εργατοώρες που διατίθενται είναι 46,000, αντί για 45,000 που ήταν στο πρώτο ερώτημα. Πώς επηρεάζει αυτή η αλλαγή τη λύση; Τι επίδραση έχει στο κέρδος; Ποια είναι η σκιώδης τιμή (shadow price) για τον περιορισμό στον αριθμό των διαθέσιμων ανθρωποωρών;

ε) Για τα ερωτήματα 2 έως 4, προσδιορίστε γραφικά το εύρος των τιμών μέσα στο οποίο μπορούν να κυμανθούν τα δεξιά μέλη των περιορισμών, ώστε να διατηρούνται οι σκιώδεις τιμές του κάθε περιορισμού.

(Σ.Ε.Μ.Φ.Ε., Ε.Μ.Π., Φεβρουάριος 2012)

1. Μία βιομηχανία πλαστικών παράγει δύο ειδών πλαστικές σωλήνες (φαρδιές και στενές) για υδραυλικές εγκαταστάσεις. Και οι δύο τύποι παράγονται στο ίδιο μηχάνημα που έχει δυναμικότητα 200 μέτρα την ώρα για τις φαρδιές και 300 μέτρα την ώρα για τις στενές σωλήνες. Το μηχάνημα εργάζεται 8 ώρες την ημέρα.

Η εταιρεία θέλει να μεγιστοποιήσει το συνολικό μήκος και των δύο τύπων σωλήνων που παράγει ανά ημέρα. Όμως, λαμβάνοντας υπόψη τις ανάγκες της αγοράς, η ποσότητα κανενός από τα δύο είδη δεν μπορεί να υπερβαίνει κατά περισσότερο από 25% την ποσότητα του άλλου είδους. Να εκφραστεί το παραπάνω πρόβλημα ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού και να βρεθεί η άριστη λύση με γραφική επίλυση. 

(Μαθηματικό Αθήνας, Φεβρουάριος 2004)

1. Σε ένα ξυλουργείο υπάρχουν δύο εργαλεία, ένα τρυπάνι και μία πλάνη. Το ξυλουργείο κατασκευάζει δύο προϊόντα, Α και Β, κάθε μονάδα των οποίων απαιτεί χρόνο επεξεργασίας από τον ξυλουργό σε λεπτά, ο οποίος δίνεται από τον παρακάτω πίνακα.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **Τρυπάνι** | **Πλάνη** |
| **Α** | 2 | 3 |
| **Β** | 6 | 4 |

**Πίνακας 4.5: Απαιτούμενος χρόνος επεξεργασίας σε λεπτά.**

Ο ξυλουργός δεν επιθυμεί κάποιο από τα εργαλεία να δουλεύει περισσότερο από 20 λεπτά την ημέρα σε σύγκριση με το άλλο. Επίσης επιθυμεί να δουλεύει για την κατασκευή των δύο αυτών προϊόντων το πολύ 5 ώρες ημερησίως. Αν το κέρδος του είναι 25€ για κάθε μονάδα Α και 30€ για κάθε μονάδα Β, να βρεθούν με γραφική επίλυση του αντίστοιχου προβλήματος γραμμικού προγραμματισμού, οι ποσότητες των προϊόντων Α και Β που πρέπει να κατασκευάζει, ώστε να μεγιστοποιεί το κέρδος του.



(Μαθηματικό Αθήνας, Φεβρουάριος 2003)