**Κεφάλαιο 15 – Μοντέλα Δικτύων**

### Άλυτες ασκήσεις

1. Θεωρείστε το δίκτυο της εικόνας 15.3 (7 γέφυρες του Königsberg).
2. Να οριστούν: **α)** ένα μονοπάτι, **β)** ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι,

**γ)** ένας κύκλος, **δ)** ένας περίπατος, **ε)** ένας κλειστός περίπατος.

1. Είναι το δίκτυο συνεκτικό;
2. Να κατασκευαστεί ένα ζευγνύον δέντρο του παραπάνω δικτύου (όχι κατ’ανάγκη το ελάχιστο ζευγνύον δέντρο, καθώς δε δίνονται οι αποστάσεις).
3. Φυσικό αέριο που βρίσκεται αποθηκευμένο στον κόμβο Ε της παρακάτω εικόνας μεταφέρεται με αγωγούς προς κατανάλωση στις περιοχές που ορίζονται από τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου. Οι χιλιομετρικές αποστάσεις σε δεκάδες χιλιόμετρα φαίνονται στις ακμές του δικτύου. Να κατασκευαστεί το ελάχιστο ζευγνύον δέντρο που εξασφαλίζει τη μεταφορά του φυσικού αερίου σε κάθε περιοχή, δεδομένου ότι κάθε κόμβος μπορεί να λειτουργήσει και ως διαμετακομιστικό κέντρο.
4. **Α)** Στο δίκτυο που ακολουθεί φαίνονται όλες οι δυνατές συνδέσεις μεταξύ 7 πόλεων. Να επιλεγεί η συντομότερη διαδρομή μεταξύ των δρόμων ταχείας κυκλοφορίας που συνδέουν τις πόλεις 1 και 7 και να δοθεί το κόστος της.



**Β)** Να σχεδιάσετε το ελάχιστο ζευγνύων δένδρο που αντιστοιχεί στο παραπάνω δίκτυο, θεωρώντας τα βέλη μη-προσανατολισμένα.

 (Δ.Π.Μ.Σ. “Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες”, Ε.Μ.Π., Ιούνιος 2014)

1. Nα επιλυθεί το πρόβλημα της ελάχιστης διαδρομής της παραπάνω άσκησης ως ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού, χρησιμοποιώντας το υπολογιστικό πακέτο Solver του Excel.
2. Nα βρεθεί το ελάχιστο Ζευγνύων δέντρο του δικτύου που ακολουθεί.



 (Δ.Π.Μ.Σ. “Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες”, Ε.Μ.Π., Ιούλιος 2015)

1. Τα βέλη και οι αριθμοί του παρακάτω σχήματος παριστάνουν τη μέγιστη ποσότητα τόνων νερού που μπορούν να μεταφερθούν από έναν τοπικό σταθμό διανομής (κόμβο) σε έναν άλλο στη μονάδα του χρόνου (1 ώρα). Να λυθεί το πρόβλημα της μέγιστης ροής, δηλαδή να βρεθεί η μέγιστη ποσότητα τόνων νερού που μπορεί να μεταφερθεί στη μονάδα του χρόνου από το αντλιοστάσιο που βρίσκεται στον κόμβο 1 στη δεξαμενή αποθήκευσης που βρίσκεται στον κόμβο 7. Το γεγονός ότι κάποια βέλη είναι προσανατολισμένα σημαίνει ότι έχουν μηδενική ροή κατά την αντίθετη φορά. Κάποια άλλα βέλη όμως δείχνουν ότι μπορούν να διανυθούν και προς τις δύο φορές αλλά με την ίδια χωρητικότητα ανά κατεύθυνση.



 (Δ.Π.Μ.Σ. “Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες”, Ε.Μ.Π., Ιούλιος 2015)

1. Στο δίκτυο που ακολουθεί να λύσετε το πρόβλημα της ελάχιστης διαδρομής για τη μεταφορά ενός μεγάλου δέματος μέσω μιας εταιρείας ταχυμεταφορών (Courier) από το κέντρο διαλογής που βρίσκεται στη θέση 1 (κόμβος αρχής) στον παραλήπτη που βρίσκεται στη θέση 7 (κόμβος τέλους). Οι υπόλοιποι κόμβοι (2 - 6) του δικτύου αναπαριστούν ενδιάμεσα διαμετακομιστικά κέντρα.



 (Δ.Π.Μ.Σ. “Εφαρμοσμένες Μαθηματικές Επιστήμες”, Ε.Μ.Π., Ιούλιος 2015)

1. Ένας αγροτικός συνεταιρισμός πρέπει να καλύψει τις ανάγκες ύδρευσης 8 χωραφιών που βρίσκονται στις θέσεις Α, Β, … Θ. Το υδραγωγείο (Υ) παρέχει στο συνεταιρισμό 60 κυβικά μέτρα νερό την ώρα που μέσω αγωγών μπορούν να μεταφρεθούν στα χωράφια και να καλύψουν τις ανάγκες τους σε νερό. Η μέγιστη ροή σε κυβικά μέτρα νερού που μπορεί να μεταφερθεί από κάθε αγωγό ανά κατεύθυνση φαίνεται στα άκρα κάθε αγωγού του παρακάτω σχήματος.

Να εφαρμοστεί η μέθοδος της μέγιστης ροής για τον υπολογισμό της μέγιστης ποσότητας νερού που μπορεί να οδηγηθεί μέσω των αγωγών του σχήματος στον κόμβο εξόδου Κ.

1. Στον πίνακα που ακολουθεί, δίνονται τα κυβικά νερού που παρακρατά ανά ώρα κάθε χωράφι της προηγούμενης άσκησης για τις ανάγκες ύδρευσής του.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Α** | **Β** | **Γ** | **Δ** | **Ε** | **Ζ** | **Η** | **Θ** |
| -2 | -1 | -3 | -5 | -2 | -3 | -4 | -2 |

Να εφαρμοστεί μία τροποποίηση της μεθόδου της μέγιστης ροής που να λαμβάνει υπόψη της την παρακράτηση νερού, ώστε να μεγιστοποιηθεί η ποσότητα που καταλήγει στον κόμβο Κ.  

1. Να υπολογιστεί η ελάχιστη διαδρομή για τη μετάβαση από τον κόμβο αρχής 1 στον κόμβο τέλους 4 του παρακάτω δικτύου. Επιπλέον να υπολογιστεί η ελάχιστη διαδρομή οποιουδήποτε άλλου κόμβου προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους του δικτύου.